Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2017/18 · **Minitest 8** 27.11.2017

Name (deutlich lesbar!) k Matrikelnummer

Aufgabe 1. Seien $A, B \in \mathbb{K}^{n\times n}$. Zeigen oder widerlegen Sie:

a) $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

b) $\det(AB) = \det(BA)$

Lösung.

a) Falsch: Für $A = I_2$ und $B = -I_2$ gilt $\det(A+B) = \det(0) = 0$, aber $\det(A) = \det(B) = 1$, also $\det(A) + \det(B) = 2$.

b) Wahr: $\det(AB) = \det(A)\det(B) = \det(B)\det(A) = \det(BA)$. (Erster und dritter Schritt nach Satz der Vorlesung, zweiter Schritt wegen Kommutativität der Multiplikation in $\mathbb{K}$).

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Inverse von $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$.

Lösung.

$$
\begin{aligned}
\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)
&\leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \\
&\leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \\
&\leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \\
&\leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right),
\end{aligned}
$$

also

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$