Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2017/18 · **Minitest 6** 13.11.2017

k

Name (deutlich lesbar!) Matrikelnummer

Aufgabe 1. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{Q}^4$ mit

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} x = 0$$

Lösung.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ {}_{+} \\ \\ \end{matrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} {}_{+} \\ {}_{-1} \\ {}_{+} \end{matrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Streichen von Null-Zeilen und Auffüllen mit Hilfszeilen ergibt

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

Daraus folgt $L = \{\alpha \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} : \alpha, \beta \in \mathbb{Q}\}$.

Aufgabe 2. Seien $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{K}^n$. Zeigen Sie: Wenn v_1, v_2, v_3 linear abhängig sind, dann sind auch v_1, v_2, v_3, v_4 linear abhängig.

Lösung. Wenn v_1, v_2, v_3 linear abhängig sind, dann gibt es $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{K}$, von denen mindestens eins von Null verschieden ist und für die gilt $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 = 0$. Dann gilt auch $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 + 0 v_4 = 0$. Das ist dann eine lineare Abhängigkeit zwischen v_1, v_2, v_3, v_4.