Name (deutlich lesbar!)	k Matrikelnummer

Aufgabe 1. Berechnen Sie folgende Permutationen:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} =$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} =$

Lösung.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2. Zeigen oder widerlegen Sie: Wenn $(G, \circ)$ eine Gruppe ist und $H \subseteq G$ eine Untergruppe von G, dann ist auch $G \setminus H$ eine Untergruppe von G.

Lösung. Stimmt nicht. Gegenbeispiel: $G = \mathbb{Z}$ mit plus (oder irgendeine andere Gruppe) und $H = G$. Dann ist H eine Untergruppe (jede Gruppe ist Untergruppe von sich selbst), aber $G \setminus H = G \setminus G = \emptyset$ ist keine Untergruppe, da Untergruppen nach Definition nicht leer sein dürfen (es muss immer zumindest das Neutralelement enthalten sein).

Oder: $G = \mathbb{Z}_4$ mit $+$, $H = \{[0], [2]\}$. Dann ist $G \setminus H = \{[1], [3]\}$ keine Untergruppe, weil $[1] + [3] = [0] \notin H$ gilt.