

Name (deutlich lesbar!)

 k

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer

Aufgabe 1.

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} =$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} =$$

Lösung.

a)
$$\begin{pmatrix} 13 & 7 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2. Eine Matrix $A = ((a_{i,j}))_{i,j=1}^n \in \mathbb{K}^{n \times n}$ heißt *Dreiecksmatrix*, falls für alle $i > j$ gilt $a_{i,j} = 0$, d.h. falls alle Einträge unterhalb ihrer Diagonalen Null sind. Zeigen Sie: Sind $A, B \in \mathbb{K}^{n \times n}$ Dreiecksmatrizen, so ist auch das Produkt AB eine Dreiecksmatrix.

Lösung. Seien $A = ((a_{i,j}))_{i,j=1}^n, B = ((b_{i,j}))_{i,j=1}^n$ Dreiecksmatrizen und sei $C = AB$. Sei (i, j) beliebig mit $i > j$. Zu zeigen: Der Eintrag von C an der Position (i, j) ist Null. Nach Definition der Matrixmultiplikation lautet dieser Eintrag

$$\sum_{k=1}^n a_{i,k} b_{k,j} = \underbrace{\sum_{k=1}^{i-1} \underbrace{a_{i,k}}_{=0} b_{k,j}}_{=0} + \underbrace{\sum_{k=i}^n a_{i,k} \underbrace{b_{k,j}}_{=0}}_{=0} = 0,$$

wie gefordert.