

Name (deutlich lesbar!)

k 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer

**Aufgabe 1.** Sei  $f: A \rightarrow B$  eine beliebige Funktion und sei  $\approx$  eine Äquivalenzrelation auf  $B$ . Für  $a_1, a_2 \in A$  sei definiert  $a_1 \sim a_2 \iff f(a_1) \approx f(a_2)$ . Zeigen Sie:  $\sim$  ist eine Äquivalenzrelation auf  $A$ .

*Lösung.* Reflexivität:  $a \sim a$  gilt, weil  $f(a) \approx f(a)$  gelten muss, da  $\approx$  reflexiv ist.

Symmetrie: Wenn  $a_1 \sim a_2$  gilt, dann  $f(a_1) \approx f(a_2)$ , dann  $f(a_2) \approx f(a_1)$ , weil  $\approx$  symmetrisch ist, dann  $a_2 \sim a_1$ .

Transitivität: Wenn  $a_1 \sim a_2$  und  $a_2 \sim a_3$  gilt, dann  $f(a_1) \approx f(a_2)$  und  $f(a_2) \approx f(a_3)$ , dann wegen der Transitivität von  $\approx$  auch  $f(a_1) \approx f(a_3)$ , und damit  $a_1 \sim a_3$ .

**Aufgabe 2.** Sei  $A = \{\square, \triangle, \blacksquare, \bullet, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \bullet, \blacktriangle\}$ . Für  $a, b \in A$  gelte  $a \sim b$  falls  $a$  und  $b$  die gleiche Anzahl von Ecken haben. Geben Sie alle Äquivalenzklassen von  $\sim$  an.

*Lösung.*  $\{\square, \blacksquare, \square, \blacksquare\}$ ,  $\{\bullet, \bullet\}$ ,  $\{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle\}$ .