Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1 · Winter 2017/18 · **Minitest 13** 22.01.2018

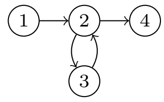
k

Name (deutlich lesbar!) Matrikelnummer

Aufgabe 1. Sei V ein $\mathbb{K}$-Vektorraum und U ein Unterraum von V. Für $v_1^*, v_2^* \in V^*$ sei definiert $v_1^* \sim v_2^* \iff \forall\, u \in U : v_1^*(u) = v_2^*(u)$. Zeigen Sie: $\sim$ ist eine Äquivalenzrelation.

Lösung. Reflexivität: Für alle $v^* \in V^*$ und alle $u \in U$ gilt $v^*(u) = v^*(u)$. Symmetrie: Sind $v_1^*, v_2^* \in V^*$ so, dass für alle $u \in U$ gilt $v_1^*(u) = v_2^*(u)$, so gilt auch $v_2^*(u) = v_1^*(u)$ für alle $u \in U$, also $v_2^* \sim v_1^*$. Transitivität: Seien $v_1^*, v_2^*, v_3^* \in V^*$ so, dass $v_1^* \sim v_2^*$ und $v_2^* \sim v_3^*$. Zu zeigen: für alle $u \in U$ gilt $v_1^*(u) = v_3^*(u)$. Für beliebiges $u \in U$ gilt nach Voraussetzung $v_1^*(u) = v_2^*(u)$ und $v_2^*(u) = v_3^*(u)$. Daraus folgt die Behauptung.

Aufgabe 2. Sei $A \in \mathbb{Q}^{4\times 4}$ die Adjazenzmatrix für den nebenstehenden Graphen. Geben Sie A sowie A^{1000} an.



Lösung. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $A^{1000} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.